

## TD 4 - CONDUIRE UNE POLITIQUE PUBLIQUE OPTIMALE

Une fois qu'on a défini les objectifs à atteindre en termes d'efficacité et d'équité et qu'on a défini le rôle respectif du marché et de l'Etat pour y parvenir (2 théorèmes du bien-être), que faire en pratique ? Comment faire concrètement pour évaluer une politique publique / comment faire pour déterminer si une politique publique donnée est optimale ? On va faire appel au calcul économique public.

**Question 4.1.** *Supposons que nous disions qu'une allocation X est préférée socialement à une allocation Y seulement si tout le monde préfère X à Y.*

a. *Quel problème cette règle soulève-t-elle quand il s'agit de prendre des décisions sociales ? Elle est trop exigeante car elle suppose de recueillir l'unanimité. Il y a alors un risque d'aboutir à un blocage et qu'aucune décision ne soit adoptée.*

b. *L'optimum de Pareto peut-il servir de référence pour les interventions de l'Etat ?*  
À chaque fois qu'une politique publique occasionne des coûts, même minimes et s'ils ne concernent qu'un seul individu alors que les bénéfiques sont immenses et concernent beaucoup d'individus, il ne doit pas être retenu car il y a des perdants et on n'est donc pas à l'optimum.

Pour éviter ce problème : critère de Hicks-Kaldor : test de compensation : « un état y est socialement préférable à un état x lorsque les individus qui gagnent à ce changement de x à y peuvent compenser les perdants et conserver malgré tout un gain. ». Théoriquement, l'État devrait mettre en œuvre tous les projets qui satisfont au critère de Hicks-Kaldor = tous les projets qui offrent un différentiel positif entre gains des gagnants et pertes des perdants. Dans un monde plus réaliste, il existe une infinité de politiques publiques possibles et les capacités de mise en œuvre de l'état sont limitées.

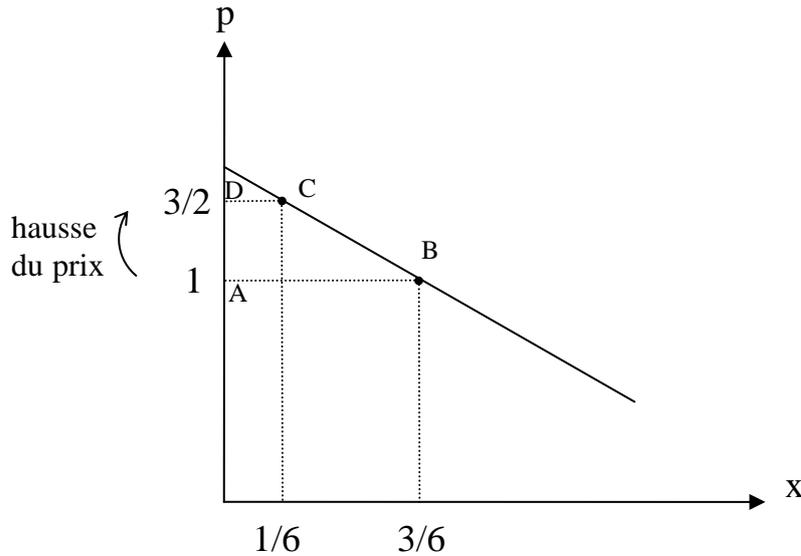
**Question 4.2.**

*Un individu répartit son revenu  $R=2$  entre l'achat d'un bien X (en quantité x et prix p) et d'autres dépenses dont le montant est donné M. Le prix du bien X passe d'une situation initiale  $p=1$  à une situation finale  $p=3/2$ . A la suite de cette hausse de prix, on a observé une réduction de la consommation de bien X qui est passée de  $X=1/2$  à  $X=1/6$ .*

a. *Dans l'hypothèse où l'on ne dispose que des indications précédentes donnez une approximation de la réduction du surplus du consommateur.*

La courbe de demande du bien X est une droite qui passe par les points :

$$B \left( \frac{1}{2}; 1 \right) \quad \text{et} \quad C \left( \frac{1}{6}; \frac{3}{2} \right)$$



La réduction du surplus du consommateur est approximée par l'aire ABCD, soit :

$$\Delta S_a = - \left[ \left( \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \right) + \frac{\left( \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} \right)}{2} \right] = - \left( \frac{1}{12} + \frac{2}{24} \right) = - \frac{2}{12} = - \frac{1}{6} \approx -0.166$$

b. Les préférences des consommateurs sont représentées par une fonction d'utilité  $U_1$ , dont les variables sont  $M$  et  $x$  :  $U_1(M, x) = M + \log(x + \frac{1}{2})$ . En déduire la fonction de demande.

Le consommateur choisit  $x$  et  $M$  de manière à maximiser  $U_1(M, x) = M + \log(x + \frac{1}{2})$  en respectant la contrainte budgétaire :  $px + M = R$

On ne peut faire le TMS car on ne dispose pas du prix de  $M$ .

Le lagrangien du problème s'écrit :  $L = M + \log(x + \frac{1}{2}) + \lambda(R - px - M)$

$$\text{CPO : } \frac{\partial L}{\partial M} = 1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} - \lambda p = 0$$

Cela implique :  $\lambda = 1$  et  $\frac{1}{x + \frac{1}{2}} = p$

Soit :  $x + \frac{1}{2} = \frac{1}{p}$

$$\boxed{x = \frac{1}{p} - \frac{1}{2}}$$

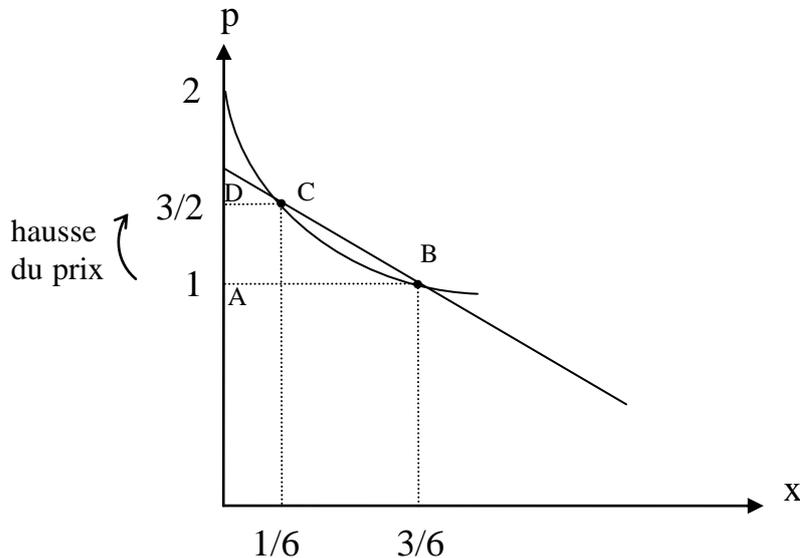
c. Calculez la réduction du surplus du consommateur.

Réduction du surplus du consommateur en utilisant la fonction de demande. On commence par exprimer la fonction de demande sous une forme mathématique, soit  $p = f(x)$ , autrement

dit :  $p = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} = \frac{2}{2x + 1}$ . Puis on étudie cette fonction :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{4}{(2x+1)^2} < 0 \Rightarrow \text{courbe décroissante} \quad \frac{d^2p}{dx^2} = \frac{16}{(2x+1)^3} > 0 \Rightarrow \text{courbe convexe}$$

On sait aussi que la courbe passe par B et C et qu'elle coupe l'axe vertical en  $p = 2$  (si  $x = 0$ ,  $p = 2$ ).



Dans la situation initiale, le surplus du consommateur  $S_i$  est égal à la surface comprise entre la courbe de demande et le segment AB. Pour calculer l'aire d'un domaine délimité par l'axe des abscisses et la courbe représentative d'une fonction, on utilise l'intégrale de la fonction.

On a donc :  $S_i = \int_0^{1/2} \frac{2}{2x+1} dx - \left(\frac{1}{2} \times 1\right)$

Rappel :  $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$  et  $\frac{U'}{U}$  a pour primitive  $\ln(U)$ .

Donc ici, on pose :  $U = 2x+1$  et  $U' = 2$

On obtient :  $S_i = [\ln(2x+1)]_0^{1/2} - \frac{1}{2} = \ln 2 - \ln 1 - \frac{1}{2}$   $S_i = \ln 2 - \frac{1}{2}$

Dans la situation finale, le surplus du consommateur  $S_f$  est égal à l'aire de la surface comprise entre la courbe de demande et le segment DC, soit :

$S_f = \int_0^{1/6} \frac{2}{2x+1} dx - \left(\frac{1}{6} \times \frac{3}{2}\right) = [\ln(2x+1)]_0^{1/6} - \frac{1}{4}$   $S_f = \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{4}$

La réduction du surplus est donc :  $\Delta S = S_f - S_i = \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{4} - \ln 2 + \frac{1}{2} = \ln\left(\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}$

$$\Delta S = \ln \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \approx -0.155$$

On a :  $\frac{\Delta S_a - \Delta S}{\Delta S} = 0.072$

L'approximation linéaire de la courbe de demande conduit donc à majorer la réduction de surplus de 7.2% par rapport à sa vraie valeur.

d. *Le gouvernement veut compenser financièrement le consommateur. Montrez qu'il doit lui verser le montant de la réduction de son surplus du consommateur calculé en c.*

Objectif : on cherche à exprimer en termes de revenu l'effet de la variation des prix sur le bien-être du consommateur.

Méthode : on va utiliser une fonction d'utilité indirecte, notée  $V$  qui va exprimer le niveau d'utilité maximal du consommateur en fonction de  $R$  et  $p$ .

$V_1(p, R)$  : Le niveau d'utilité du consommateur correspondant à  $U_1$  lorsque le bien  $X$  a un prix  $p$  et que le niveau de revenu est  $R$ .

On réécrit la fonction d'utilité en remplaçant  $x$  et  $M$  par leurs fonctions de demande.

On a :  $U_1 = M + \log(x + \frac{1}{2})$  et on a vu que les fonctions de demande pour le bien  $X$  et les

autres biens s'écrivent :  $x = \frac{1}{p} - \frac{1}{2}$

Et :  $M = R - px$  soit  $M = R - p(\frac{1}{p} - \frac{1}{2}) = R - 1 + \frac{p}{2}$

En remplaçant dans  $U_1$  on obtient :  $V_1(p, R) = R - 1 + \frac{p}{2} + \log(\frac{1}{p} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2})$

Soit :  $V_1(p, R) = R - 1 + \frac{p}{2} - \log p$

A partir de cette expression, on va regarder de combien il faut que  $R$  augmente pour que le niveau de satisfaction du consommateur reste constant quand  $p$  augmente (i.e. quand on passe de la situation initiale à la situation finale).

Situation initiale :  $V_1(1, 2) = \frac{3}{2}$

Cas où le consommateur fait face au prix de la situation finale et en supposant qu'il reçoit un transfert  $T$  :  $V_1(\frac{3}{2}, 2+T) = 2+T - 1 + (\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}) - \log(\frac{3}{2}) = \frac{7}{4} + T - \log(\frac{3}{2})$

Maintenant, on cherche  $T$  : il y aura exacte compensation financière si le niveau de satisfaction du consommateur reste constant, soit :

$$\begin{aligned} V_1(1, 2) = V_1(\frac{3}{2}, 2+T) &\Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{7}{4} + T - \log(\frac{3}{2}) \\ &\Leftrightarrow T = \log(\frac{3}{2}) - \frac{1}{4} \quad (\text{à peu près } 0.155) \end{aligned}$$

soit :  $T = -\Delta S$

e. Soit la fonction d'utilité suivante :  $U_2(M, x) = M^{1/2}(x+1)^{1/2}$

Calculez la fonction de demande de  $x$  et montrez qu'elle est compatible avec la fonction de demande issue de la fonction d'utilité  $U_1$  pour  $R=2$ .

Méthode du Lagrangien :

$$L = M^{1/2}(x+1)^{1/2} + \lambda(R - px - M)$$

$$\text{CPO : } \frac{\partial L}{\partial M} = \frac{1}{2}(x+1)^{1/2}M^{-1/2} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}(x+1)^{1/2}M^{-1/2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{1}{2} M^{1/2} (x+1)^{-1/2} - \lambda p = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\frac{1}{2} M^{1/2} (x+1)^{-1/2}}{p} \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R - px - M = 0 \Rightarrow M = R - px \quad (3)$$

De (1) et (2) on déduit :  $\frac{1}{2} (x+1)^{1/2} M^{-1/2} = \frac{\frac{1}{2} M^{1/2} (x+1)^{-1/2}}{p}$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)^{1/2}}{M^{1/2}} = \frac{M^{1/2}}{p(x+1)^{1/2}}$$

$$\Leftrightarrow (x+1)p = M$$

$$\Leftrightarrow (x+1) = \frac{M}{p}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{M}{p} - 1$$

Avec (3) :  $x = \frac{R-px}{p} - 1 = \frac{R-px-p}{p} = \frac{R-p}{p} - x \Leftrightarrow 2x = \frac{R-p}{p}$

Finalemment,  $x = \frac{R-p}{2p}$

Si  $R=2$ ,  $x = \frac{2-p}{2p} = \frac{1}{p} - \frac{1}{2} \Rightarrow$  on retombe sur la même fonction de demande que pour  $U_1$ .

f. En revanche, montrez que si le gouvernement continue de se baser sur la variation de surplus pour indemniser les consommateurs, il commet une erreur.

On refait la même chose qu'en d.

D'après (3), on a :  $M = R - p\left(\frac{R-p}{2p}\right) = \frac{R+p}{2}$  et on sait que  $U_2(M, x) = M^{1/2}(x+1)^{1/2}$

$$\text{D'où : } V_2(p, R) = \left(\frac{R+p}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{R-p}{2p} + 1\right)^{1/2} \Leftrightarrow V_2(p, R) = \left(\frac{R+p}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{R-p+2p}{2p}\right)^{1/2}$$

$$\Leftrightarrow V_2(p, R) = \left(\frac{R+p}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{R+p}{2p}\right)^{1/2} \Leftrightarrow \boxed{V_2(p, R) = \frac{R+p}{2p^{1/2}}}$$

Situation initiale :  $V_2(1,2) = \frac{2+1}{2 \times 1^{1/2}} = \frac{3}{2}$

Cas où le consommateur fait face au prix de la situation finale et en supposant qu'il reçoit un

transfert  $T$  :  $V_2\left(\frac{3}{2}, 2+T\right) = \frac{2+T+\frac{3}{2}}{2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}} = \frac{T+\frac{7}{2}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} = \frac{T+\frac{7}{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{T}{\sqrt{6}} + \frac{7}{2\sqrt{6}}$

Il y a exacte compensation financière lorsque :

$$\frac{T}{\sqrt{6}} + \frac{7}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{2} \quad \text{soit} \quad \frac{T}{\sqrt{6}} = \frac{3}{2} - \frac{7}{2\sqrt{6}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{3\sqrt{6}-7}{2} \approx 0.174 \neq \Delta S$$

Si le gouvernement se base sur la réduction du surplus pour calculer le montant du transfert permettant un niveau de satisfaction du consommateur inchangé, il sous-estime celui-ci (le montant du transfert) de :  $\frac{\Delta S - T}{T} = \frac{0.155 - 0.174}{0.174} = -0.109$  , c'est-à-dire 11%.

Commentaire : Cet exercice soulève la question de la mesure des variations de bien-être lorsque l'environnement économique se modifie (ex : l'effet des taxes). Cet exercice est délicat car la théorie de l'utilité est ordinaire et il n'existe aucune façon correcte de quantifier les changements d'utilité. Cependant dans certaines situations, il est commode de disposer d'une évaluation monétaire des changements affectant le bien-être du consommateur.

Une mesure habituelle est le surplus. L'exercice montre le surplus n'est parfois qu'une mesure approximative des variations de bien-être.

Il existe deux types de mesure des variations de bien-être répondant à ce critère : la variation compensatoire (ou compensatrice) et la variation équivalente. Si on envisage le cas d'une augmentation de prix entre une situation initiale et une situation finale, on appelle **variation compensatoire de revenu (VC)** le supplément de revenu qui devrait être ajouté dans la situation finale pour que le consommateur conserve dans cette situation un niveau de satisfaction égal à celui de la situation initiale. La **variation équivalente de revenu (VE)** désigne quant à elle la réduction de revenu qui devrait être appliquée dans la situation initiale pour que le consommateur obtienne dans cette situation la même satisfaction que dans la situation finale.

**Question 4.3.** *Pourquoi se fonder sur l'analyse du surplus pour étudier l'efficacité d'une politique économique ?*

a. Comment mesurer les variations individuelles de bien-être ? Il nous faut une mesure de l'utilité des individus pour étudier l'impact d'une politique publique. Dans le cas de l'exercice, on dispose d'une fonction d'utilité => indicateur très pratique. Cependant :

1- Dans la réalité, on ne dispose pas des fonctions d'utilité, on a des données qui permettent d'estimer une fonction de demande.

2- Conformément à l'approche de Pareto, il nous faut une mesure qui soit ordinalement associée à l'utilité et qui n'accorde pas d'importance au choix de la fonction d'utilité.

L'exercice précédent a permis d'introduire plusieurs types de mesure des variations d'utilité, notamment la variation équivalente, la variation compensatoire et la variation de surplus. On a vu que le surplus n'était pas parfait, mais permet de donner des résultats acceptables.

b. D'un point de vue collectif : Si on admet que les variations de surplus sont une bonne mesure des variations individuelles de bien-être, il est logique de se fonder sur l'analyse du surplus pour étudier l'efficacité d'une politique économique. L'analyse du surplus permet la mise en œuvre du critère de Hicks-Kaldor en mesurant la variation de gains à l'échange entre deux situations.